

**Geometria Analítica e Álgebra Linear**  
**DETERMINANTES - Lista de Exercícios**

1. Uma matriz  $A$  ( $3 \times 3$ ) tem a propriedade que  $[A^2]_{ij} = i\delta_{ij}$ , onde  $\delta_{ij} = 0$  se  $i \neq j$  e  $\delta_{ij} = 1$  se  $i = j$ .

(a) Escreva  $A^2$ .

(b) Calcule  $\det\left(\frac{A^6}{2\sqrt{10}}\right)$ .

2. A matriz  $B$  foi obtida a partir da matriz  $A$  ( $4 \times 4$ ) através das seguintes operações elementares:

- Multiplicação da linha  $L_1$  por 2.
- Troca da linha  $L_2$  pela linha  $L_3$ .
- Substituição da linha  $L_4$  por  $L_4 + 2L_1$ .

(a) Sabendo que  $\det A = 1$ , calcule  $\det B$ .

(b) Se  $C = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 13 & \pi \\ 0 & -1 & 0.1 & -5 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ , calcule  $\det(BC^{-1}B^T)$ .

3. Mostre que a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 5 & -1 \\ 3a-4 & 0 & a+1 \end{pmatrix}$  é não singular, independentemente de  $a$ .

4. Dada  $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & a^2-1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & -1 & 2 \\ a+2 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(a) Determine todos os valores de  $a \in \mathbb{R}$  para que  $\det A = 0$ .

(b) Escolha um destes valores de  $a$  e, para este valor escolhido, dê exemplos de matrizes colunas  $B_1$  e  $B_2$  ( $4 \times 1$ ) tais que  $AX = B_1$  tenha solução e  $AX = B_2$  não tenha.